

JARO 2011

VÝCHOZÍ OBRÁZEK A TEXT K ÚLOHÁM 13–15



(CERMAT)

V zámecké dlažbě byla vytvořena spirála, jejíž část je znázorněna na obrázku. Spirála je složena z 15 navazujících různobarevných půlkružnic. Délka první půlkružnice je $a_1 = 22$ dm a každá následující půlkružnice je o 22 dm delší.

1 bod

- 13 Vypočtete délku a_3 třetí půlkružnice.

max. 2 body

- 14 Uvedte v metrech délku s celé spirály. (Na obrázku je zobrazena pouze část spirály.)

max. 2 body

- 15 Poslední půlkružnice spirály měří 33 m.

Uvedte v celých metrech průměr d této půlkružnice. (Na obrázku je zobrazena pouze část spirály.)

max. 2 body

- 16 U každé z následující čtveřice čísel určete, tvoří-li geometrickou posloupnost (ANO), či nikoli (NE):

		A	N
16.1	(4; 2; -2; -4)	☐	☐
16.2	(1; 4; 16; 64)	☐	☐
16.3	(8; -4; 2; -1)	☐	☐
16.4	(0; 4; 8; 12)	☐	☐

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Eva má hotovost 450 000 Kč a peněžní ústav jí nabízí roční termínový vklad s 3% roční úrokovou mírou. Před vyzvednutím částky se z úroku odpočítá státem stanovená daň ve výši 15 %.

(CERMAT)

2 body

23 Kolik korun bude z tohoto ročního termínovaného vkladu odvedeno na daních?

- A) 13 500 korun
- B) 2 250 korun
- C) 2 025 korun
- D) 1 000 korun
- E) jiná suma

PODZIM 2011

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 8–10

Aritmetická posloupnost obsahuje 50 členů, z nichž první tři jsou -140 ; -132 ; -124 a poslední tři 236 ; 244 ; 252 .

(CERMAT)

1 bod

- 8 Vypočtete dvacátý člen posloupnosti.

1 bod

- 9 Vypočtete součet všech 50 členů posloupnosti:

$$-140 + (-132) + (-124) + \dots + 236 + 244 + 252 =$$

1 bod

- 10 Určete, kolikátým členem posloupnosti je číslo 100.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

V Kocourkově se příjmy obyvatel každým rokem zvýší o 50 % oproti příjmům z předchozího roku. Během každého dvouletého období však peníze ztratí polovinu své hodnoty.

(CERMAT)

2 body

- 22 Jak se změní hodnota příjmů po uplynutí 10 let?

- A) Zvýší se více než o 200 %.
- B) Zvýší se přibližně o 80 %.
- C) Nezmění se.
- D) Sníží se přibližně o 69 %.
- E) Sníží se přibližně o 94 %.

JARO 2012

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 4–6

První dva členy aritmetické posloupnosti jsou $a_1 = 57$; $a_2 = 54$.

(CERMAT)

- | | | |
|----------|--|--------------|
| 4 | Vypočtete padesátý člen posloupnosti (a_{50}). | 1 bod |
| 5 | Vypočtete součet prvních padesáti členů posloupnosti (s_{50}). | 1 bod |
| 6 | Kolik prvních členů posloupnosti je třeba sečíst, aby byl součet co | 1 bod |

PODZIM 2012

2 body

- 21 Je dán třicátý člen aritmetické posloupnosti $a_{30} = 100$ a difference $d = 3$.

Kolikátým členem posloupnosti je číslo 280?

- A) 60. členem
- B) 90. členem
- C) 120. členem
- D) 180. členem
- E) členem s jiným pořadím

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

Počítač byl pořízen za 10 000 Kč. Každým následujícím rokem se z ceny počítače odepisuje vždy stejné procento ceny z předchozího roku. Po čtyřech letech se hodnota počítače sníží přibližně na 1 300 Kč.

(CERMAT)

2 body

- 22 Kolik procent (s přesností na 1 %) se každým rokem odepisuje z ceny počítače?

- A) méně než 22 %
- B) 22 %
- C) 34 %
- D) 40 %
- E) více než 40 %

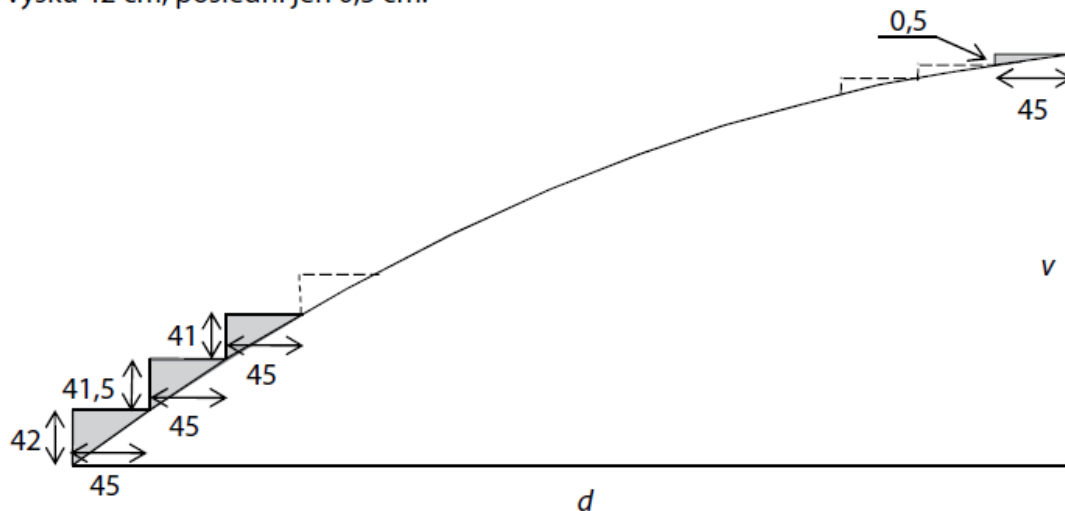
JARO 2013

- 10 V aritmetické posloupnosti je první člen $a_1 = 1$ a součet prvních čtyřiceti členů $s_{40} = 1\,600$.
Vypočtete čtyřicátý člen a_{40} této posloupnosti. 1 bod
- 11 Čtvrtým a šestým členem aritmetické posloupnosti jsou čísla $\frac{11}{3}$ a $\frac{7}{3}$.
Vypočtete pátý člen této posloupnosti. 1 bod
- 24 V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí:
 $a_2 = 2$
 $a_2 \cdot a_3 = 6$
Které z následujících tvrzení je nepravdivé? 2 body
- A) $a_1 = \frac{4}{3}$
B) $a_1 q = 2$
C) $a_2 q = 3$
D) $a_3 = 3$
E) $\frac{a_3}{q} = \frac{3}{4}$

PODZIM 2013

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6–7

V Kocourkově postavili schodiště na Kocouří vyhlídku. Všechny schody mají šířku 45 cm. Nejvyšší je první schod, každý následující schod je o 0,5 cm nižší. První schod má výšku 42 cm, poslední jen 0,5 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

- 6 Vypočtete v centimetrech, jakou vodorovnou vzdálenost d překonává schodiště na Kocouří vyhlídce. 1 bod
- 7 Vypočtete v centimetrech výšku v celého schodiště na Kocouří vyhlídce. 1 bod
- 23 Druhý a třetí člen **geometrické posloupnosti** je $a_2 = 12$, $a_3 = 18$. 2 body
Jaký je součet prvních čtyř členů této posloupnosti $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$?
- A) 60
 B) 64
 C) 65
 D) 72
 E) jiný součet

JARO 2014

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Kocourkovští potřebovali peníze na opravu cest. V prvním roce si půjčili 1 milion korun. Nic nesplatili, proto ve druhém roce dluh narostl na 1,5 milionu korun. Protože Kocourkovští peníze ani nadále nespláceli, dluh se v každém dalším roce zvýšil o 50 % dluhu z **předchozího** roku.

(CERMAT)

2 body**19 Ve kterém roce dluh poprvé překročil částku 15 milionů korun?**

- A) v 6. roce
- B) v 8. roce
- C) v 9. roce
- D) v 10. roce
- E) později než v 10. roce

max. 3 body**26 Přiřadte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností (26.1–26.3) následující člen (A–E).**26.1 Aritmetická posloupnost: $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$ _____26.2 Aritmetická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$ _____26.3 **Geometrická** posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$ _____

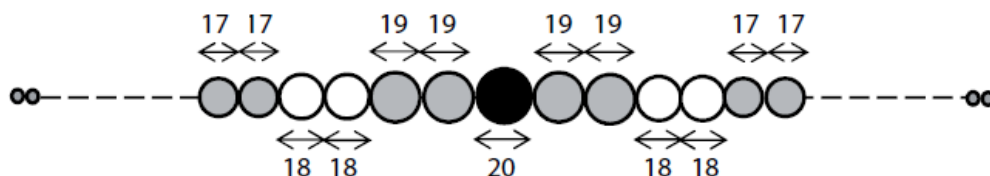
- A) $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{5}{2}$
- C) $\frac{8}{3}$
- D) $\frac{2}{3}$
- E) $\frac{7}{6}$

PODZIM 2014

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Na rovném drátě je navlečeno celkem **61** korálků tvaru koule.

Uprostřed řady je největší korálek s průměrem 20 mm. Vedle něj jsou z každé strany dva korálky s průměrem 19 mm, potom dva korálky s průměrem 18 mm, dále dva korálky s průměrem 17 mm atd. V každé následující dvojici se průměr korálků o 1 mm zmenší. Mezi korálky nejsou žádné mezery.



Rozměry uvedené v obrázku jsou v milimetrech.

(CERMAT)

2 body**23 Jak dlouhá je řada korálků?**

- A) kratší než 720 mm
- B) 730 mm
- C) 740 mm
- D) 750 mm
- E) delší než 750 mm

2 body**24 První tři po sobě jdoucí členy posloupnosti jsou $a_1 = 36$, $a_2 = 12$, $a_3 = 4$.**

Který vzorec pro n -tý člen posloupnosti je možné pro tyto členy použít?

- A) $a_n = 36 + 24^{-n}$
- B) $a_n = 52 - 16n$
- C) $a_n = 60 - 24n$
- D) $a_n = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$
- E) $a_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

JARO 2015

2 body

23 V geometrické posloupnosti s kladnými členy platí:

$$a_2 = \frac{81}{2}; a_4 = \frac{1}{2}$$

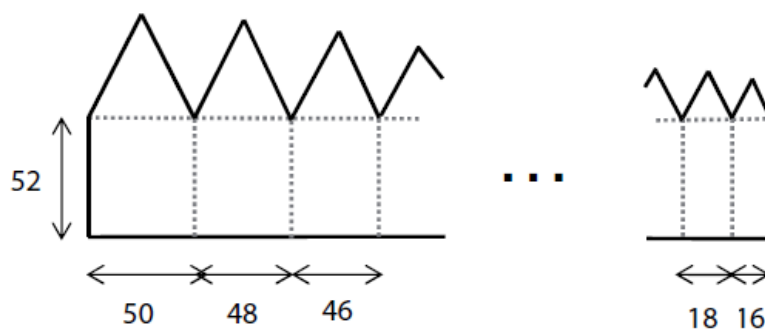
Do kterého z uvedených intervalů patří třetí člen a_3 posloupnosti?

- A) $\langle 1; 4 \rangle$
- B) $\langle 4; 8 \rangle$
- C) $\langle 8; 16 \rangle$
- D) $\langle 16; 32 \rangle$
- E) $\langle 32; 40 \rangle$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 24

Souvislý rovinný obrazec se skládá z několika „domečků“ tvořených vždy obdélníkem a rovnostranným trojúhelníkem.

Šířka prvního obdélníku je 50 cm, každý následující obdélník je o 2 cm užší. Poslední obdélník má šířku 16 cm. Všechny obdélníky mají délku 52 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v cm.

(CZVV)

2 body

24 Jaký je obvod celého obrazce?

- A) 1 688 cm
- B) 1 735 cm
- C) 1 784 cm
- D) 1 886 cm
- E) jiný obvod

PODZIM 2015

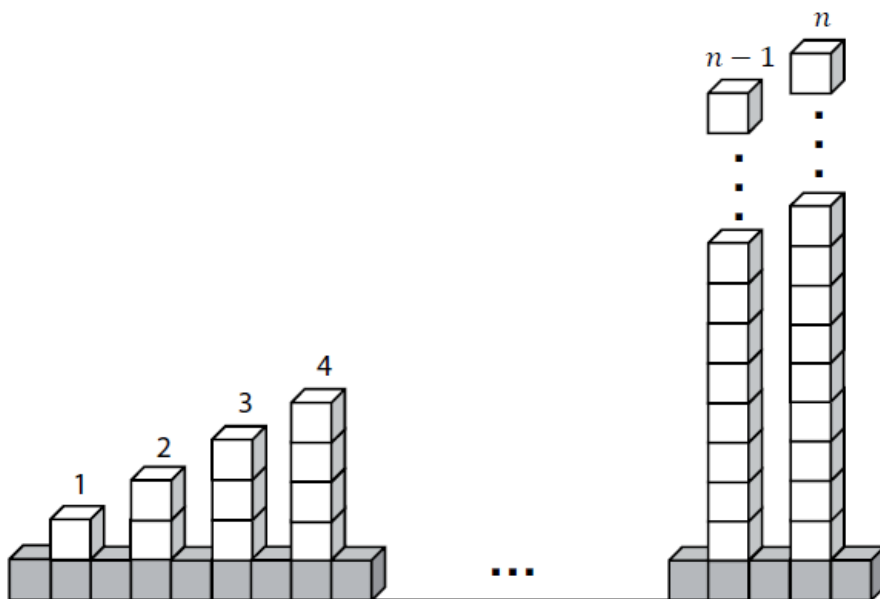
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6–7

Kocourkovští postavili plot ze stejně velkých tmavých a světlých krychlí.

Ve spodní řadě plotu umístili tmavé krychle těsně vedle sebe.

Na každé druhé tmavé krychli pak postavili sloupek ze světlých krychlí. Nejnižší je první sloupek s jednou světlou krychlí. Každý následující sloupek je vždy o jednu krychli vyšší. Nejvyšší sloupek tvoří n světlých krychlí.

Plot je zakončen tmavou krychlí za nejvyšším sloupkem.



1 bod

- 6 Vyjádřete počet tmavých krychlí v závislosti na veličině n , kde $n \in \mathbb{N}$.

1 bod

- 7 Určete počet všech krychlí (tmavých i světlých) použitých na stavbu plotu pro $n = 99$.

2 body

19 V geometrické posloupnosti platí:

$$q = -2$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 15,4$$

Do kterého z uvedených intervalů patří první člen a_1 posloupnosti?

A) $\langle -8; 0 \rangle$

B) $(0; 2)$

C) $(2; 4)$

D) $(4; 8)$

E) do žádného z uvedených

JARO 2016

2 body

19 V aritmetické posloupnosti platí:

$$a_n = \frac{5 - 10n}{0,4}, \text{ kde } n \in \mathbb{N}$$

Jaká je difference posloupnosti?

- A) 12,5
- B) 5
- C) -5
- D) -12,5
- E) -25

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Kocourkovští chtěli prodat stroj za 200 000 Kč, ale za tuto cenu ho nikdo nekoupil. Proto pevně stanovili počet procent, o který se každodenně sníží prodejní cena stroje z předchozího dne.

Po čtvrtém snížení, kdy cena klesla na 81 920 Kč, stroj konečně prodali.

(CZVV)

2 body

20 O kolik korun se cena snížila poprvé?

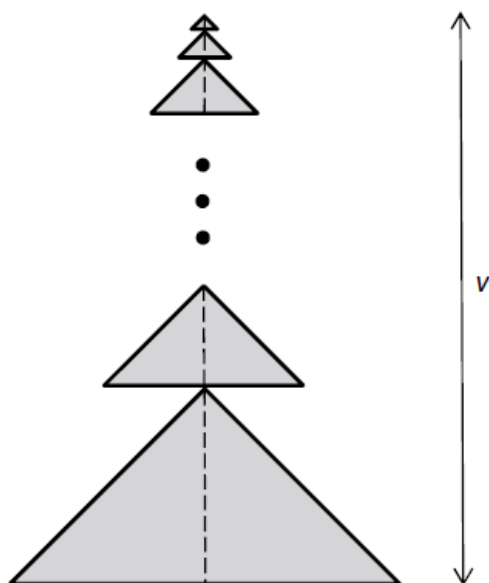
- A) o méně než 30 000 Kč
- B) o 30 000 Kč
- C) o 35 000 Kč
- D) o 40 000 Kč
- E) o více než 40 000 Kč

PODZIM 2016

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 12–13

Fiktivní obrazec je sestaven z podobných rovnoramenných trojúhelníků. Sousední trojúhelníky mají vždy jeden společný bod a jejich výšky na základnu leží na téže přímce.

Nejmenší trojúhelník má délku základny 2 cm a velikost výšky na základnu 1 cm. Každý další trojúhelník má uvedené rozměry dvakrát větší než předchozí trojúhelník.



1 bod

- 12** Obrazec obsahuje 6 trojúhelníků.
Vypočtete v cm² obsah největšího trojúhelníku.

1 bod

- 13** Obrazec obsahuje 18 trojúhelníků.
Vypočtete v cm výšku v celého obrazce.

PODZIM 2016

2 body

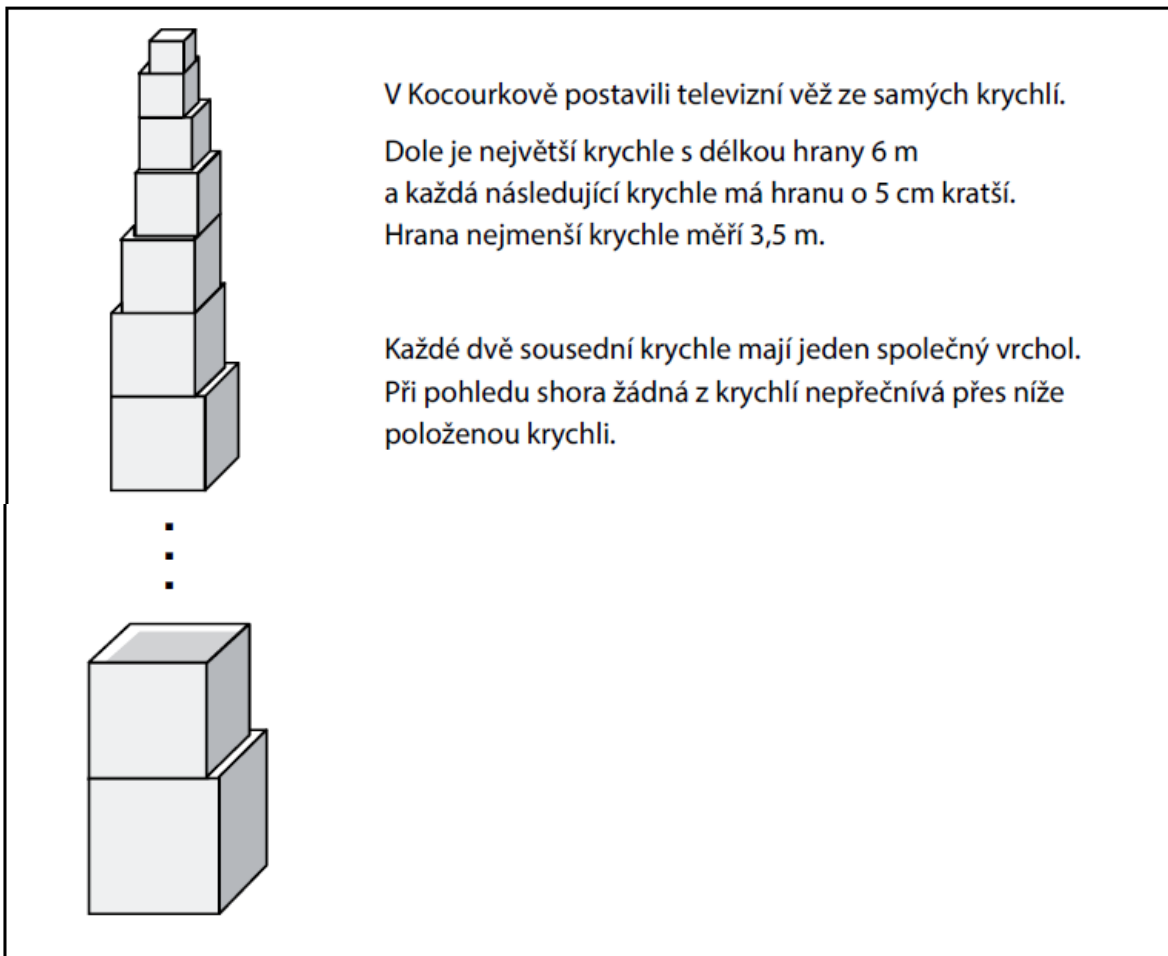
- 24** Je dáno pět po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti:
 $4, x, y, z, -8$

Která hodnota vyjadřuje součet $x + y + z$?

- A) -2
- B) -3
- C) -4
- D) -6
- E) žádná z uvedených

JARO 2017

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6–7



(CZVV)

V Kocourkově postavili televizní věž ze samých krychlí.

Dole je největší krychle s délkou hrany 6 m
a každá následující krychle má hranu o 5 cm kratší.
Hrana nejmenší krychle měří 3,5 m.

Každé dvě sousední krychle mají jeden společný vrchol.
Při pohledu shora žádná z krychlí nepřechází přes níže
položenou krychli.

max. 2 body

- 6** **Vypočtete výšku televizní věže.**
Výsledek uveďte v metrech a nezaokrouhľujte.

1 bod

- 7** **Vypočtete v m² obsah všech nezakrytých vodorovných ploch televizní věže**
(včetně horní stěny nejmenší krychle).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy **aritmetické** posloupnosti. Platí: $a_1 = 1, a_4 = -8$.

Čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy **geometrické** posloupnosti. Platí: $g_1 = 1, g_4 = -8$.

(CZVV)

2 body**18 Které z následujících tvrzení je nepravdivé?**

- A) $g_1 > g_2$
- B) $g_3 > g_4$
- C) $a_2 = g_2$
- D) $a_3 = g_3$
- E) $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$

max. 4 body**25 Přiřadte ke každé posloupnosti (25.1–25.4) její druhý člen a_2 (A–F).**25.1 Aritmetická posloupnost: $a_1 = \frac{21}{2}; a_6 = -7$ _____25.2 Aritmetická posloupnost: $a_1 = 12; s_4 = 0$ _____25.3 Geometrická posloupnost: $a_1 = 8; a_4 = -1$ _____25.4 Geometrická posloupnost: $q = -\frac{1}{2}; s_3 = -12$ _____

- A) $a_2 = 4$
- B) $a_2 = 5$
- C) $a_2 = 6$
- D) $a_2 = 7$
- E) $a_2 = 8$

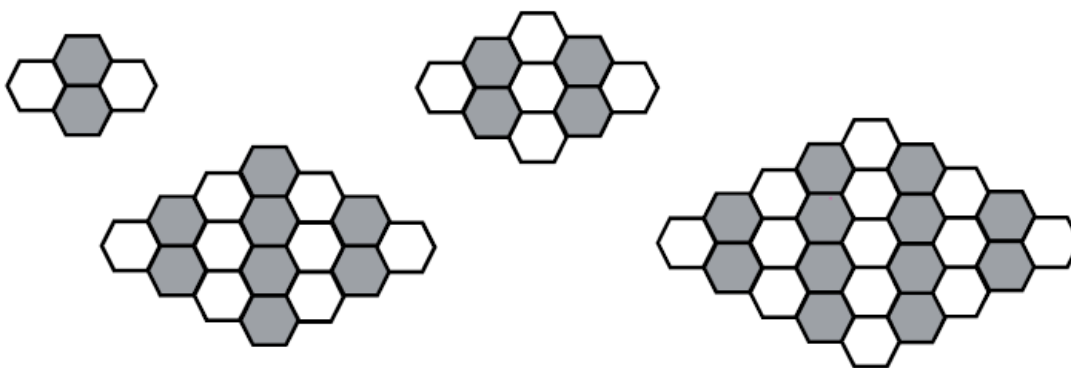
JARO 2018

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Obrazce jsou tvořeny bílými a tmavými šestiúhelníky uspořádanými do sloupců.

Počet šestiúhelníků ve sloupcích se postupně zvětšuje, a to od levého, resp. pravého okraje obrazce směrem ke středu.

Každý obrazec vždy začíná a končí sloupcem s jediným bílým šestiúhelníkem.



(CZVV)

max. 2 body

9 V jednom z dalších obrazců je v **nejdelším** sloupci **59** šestiúhelníků (nad sebou).

9.1 Určete v tomto obrazci počet všech **tmavých sloupců**.

9.2 Určete v tomto obrazci počet všech **bílých šestiúhelníků**.

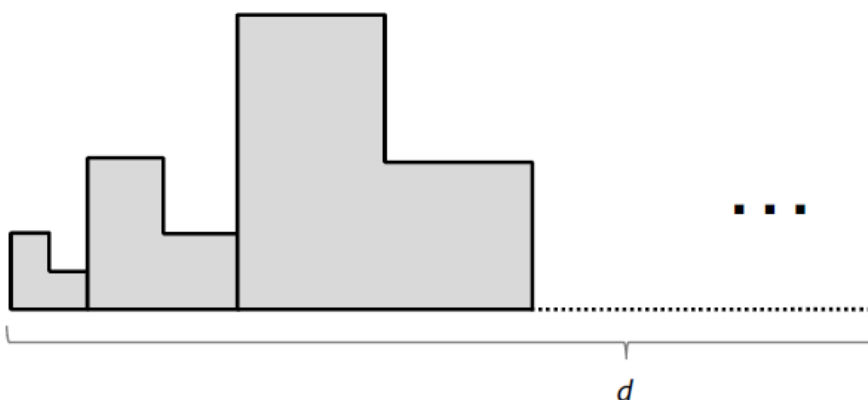
PODZIM 2018

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Obrazec je vytvořen z 9 dlaždic ve tvaru písmene „L“.

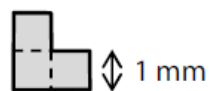
Dlaždice jsou umístěny těsně vedle sebe a postupně se zvětšují. Rozměry každých dvou sousedních dlaždic jsou v poměru 1 : 2.

Délku celého obrazce vytvořeného z 9 dlaždic označme d .



Každou dlaždici lze rozdělit na tři shodné čtverce.

První dlaždice je nejmenší. Její obsah je 3 mm^2 .



(CZVV)

max. 3 body

8 V obrazci vytvořeném z 9 dlaždic určete

- 8.1 obsah plochy **páté** nejmenší dlaždice (v mm^2),
- 8.2 délku d **celého** obrazce (v mm).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

V aritmetické posloupnosti s prvním členem $a_1 = 2$ platí, že dvojnásobek součtu druhého a třetího členu této posloupnosti je roven trojnásobku čtvrtého členu této posloupnosti.

(CZVV)

2 body

22 Do kterého intervalu patří difference této posloupnosti?

- A) $\langle -1,5; -0,5 \rangle$
- B) $\langle -0,5; 0,5 \rangle$
- C) $\langle 0,5; 1,5 \rangle$
- D) $\langle 1,5; 2,5 \rangle$
- E) Taková posloupnost neexistuje.

JARO 2019

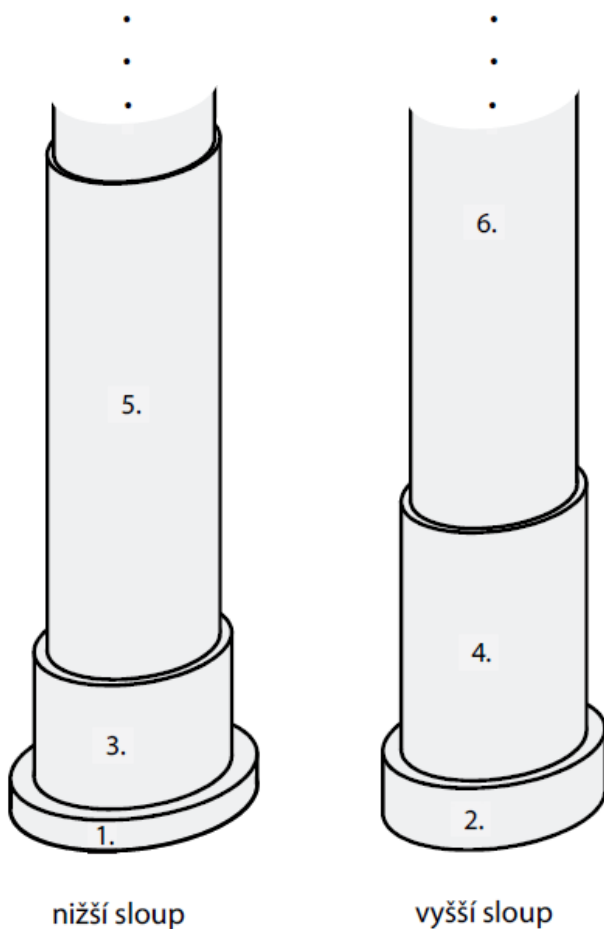
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V Kocourkově navrhli nereálný plán stavby dvou sloupů sahajících do nebe.

Na stavbu se má použít celkem 20 válců. Jednotlivé válce jsou podle výšky označeny pořadovými čísly od 1 do 20.

Nejnižší je 1. válec s výškou 1 m, 2. válec má výšku 2 m a rovněž každý další válec je dvakrát vyšší než válec s pořadovým číslem o 1 nižším. (Tedy 3. válec má výšku 4 m, 4. válec 8 m atd.)

Nižší sloup bude postaven ze všech válců označených lichými pořadovými čísly od 1 do 19, vyšší sloup ze všech válců označených sudými pořadovými čísly od 2 do 20.



(CZVV)

max. 2 body**9 Určete v metrech**

- 9.1 výšku 20. válce;
- 9.2 výšku nižšího sloupu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Pravý úhel je rozdělen na tři úhly, jejichž velikosti tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Nejmenší z těchto tří úhlů má velikost 11° .



(CZVV)

1 bod

10 Určete ve stupních velikost největšího z těchto tří úhlů.

2 body

22 V geometrické posloupnosti platí:

$$a_2 = \sqrt[3]{3}$$

$$a_3 = -\sqrt[3]{9}$$

Jaká je hodnota součtu $a_1 + a_4$?

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1
- E) jiná hodnota