1. ALGEBRAICKÉ VÝRAZY A JEJICH ÚPRAVY

Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané výrazy smysl:

1) $$\frac{1-\dfrac{x}{x+2}}{\dfrac{x}{x+2}+1}=$$

2) $$\left(\frac{x^3}{y^2}+\frac{x^2}{y}+x+y\right):\left(\frac{x^2}{y^2}-\frac{y^2}{x^2}\right)=$$

3) $$\left[\left(\frac{n+2}{n-2}\right)^3:\frac{n^3+4n^2+4n}{3n^2-12n+12}\right].\frac{n}{3}=$$

4) $$\frac{a^4-b^4}{a^2b^2}:\left[\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right).\left(1-\frac{2a}{b}+\frac{a^2}{b^2}\right)\right]=$$

5) $$2a-\left(\frac{2a-3}{a+1}-\frac{a^2+3}{2a^2-2}-\frac{a+1}{2-2a}\right).\frac{a^3+1}{a^2-a}=$$

6) $$\left(\frac{1}{a+1}-\frac{2a}{a^2-1}\right).\left(\frac{1}{a}-1\right)=$$

7) $$\frac{a^2+ab}{a^2+b^2}.\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)=$$

8) $$\left[\frac{3a}{8-a^3}:\frac{4-a^2}{4\left(a^2+2a+4\right)}\right].\frac{a^2-4a+4}{a}=$$

9) $$\left(\frac{4x^2-8x+4}{x^2+1}:\frac{x+1}{3}\right):\frac{6x-6}{x^4-1}=$$

10) $$6a+\left(\frac{a}{a-2}-\frac{a}{a+2}\right):\frac{4a}{a^4-2a^3+8a-16}=$$

2. MOCNINY S RACIONÁLNÍM EXPONENTEM

1) $$\frac{\left(a^{\frac{3}{4}}.b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(a^{\frac{1}{2}}.b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{4}}} =$$

2) $$\sqrt[5]{\left(\frac{\sqrt{a}.a^{-1}}{\sqrt[3]{a}}\right)^{-3}} =$$

3) $$\sqrt{x.\sqrt[3]{x}}:\sqrt[3]{x.\sqrt{x}} =$$

4) $$\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b^3}}}.\sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}} =$$

5) $$\left[\left(a^3.b\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}}:\left[\left(a^3.b^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}} =$$

6) $$\frac{x.x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{4}{5}}.\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}}:\frac{\sqrt{x}.x^{-1}}{\sqrt[3]{x}} =$$

7) $$\frac{a.\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a^4.\sqrt[3]{a^2}}}:\frac{a^{\frac{1}{2}}.a^{-1}}{\sqrt[3]{a}} =$$

8) $$\sqrt{\frac{\sqrt[3]{x.y^2}}{x.y}}.\sqrt[6]{x^2.y} =$$

9) $$\sqrt{x.\sqrt[3]{x^2}} + 4.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x}} =$$

10) $$\frac{\sqrt[3]{x^{-2}}.\sqrt{x^3}}{\sqrt[3]{\sqrt{x^4}}.\sqrt{x^{-3}}} =$$

3. LINEÁRNÍ ROVNICE A NEROVNICE O JEDNÉ NEZNÁMÉ

1) $$\frac{6+25x}{15}-\left(x-1\right)=\frac{2x}{3}+\frac{7}{5}$$

2) $$x-\frac{1-\frac{3x}{2}}{4}-\frac{2-\frac{x}{4}}{3}=2$$

3) $$x-\left(\frac{x}{2}-\frac{3+x}{4}\right).\frac{1}{2}=\left[3-\left(1-\frac{6-x}{3}\right).\frac{1}{2}\right].\frac{1}{2}+\frac{3}{2}$$

4) $$4\left(x+1\right)-\frac{5x+1}{2}-\frac{5x-11}{4}=\frac{x-1}{3}-\frac{2\left(1-4x\right)}{9}$$

5) $$2\left(\frac{3x-1}{4}-\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{1+x}{4}+1\right)=\frac{1+5x}{7}-\frac{3}{2}\left(x+1\right)$$

6) $$\frac{2x-1}{2}+\frac{x}{6}\langle\frac{7x+2}{3}-\frac{x+3}{4}$$

7) Která přirozená čísla vyhovují nerovnici: $\dfrac{2x-1}{5}-\dfrac{3-2x}{4}\langle 3-\dfrac{x-1}{2}$

8) Která celá čísla vyhovují nerovnici: $\dfrac{4x-3}{5}-\dfrac{3x-4}{2}+\dfrac{2x-5}{3}\langle 0$

9) Která přirozená čísla vyhovují nerovnici: $\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{x+3}{2}\langle 3-\dfrac{x-2}{3}$

10) Která celá záporná čísla vyhovují nerovnici: $\dfrac{x+1}{5}-\dfrac{x-1}{2}-3\langle\dfrac{2x-1}{2}$

4. LINEÁRNÍ ROVNICE A NEROVNICE S NEZNÁMOU VE JMENOVATELI

Řešte rovnice a proveďte zkoušku:

1) $$\frac{2x+19}{5x^2-5}-3=\frac{17}{x^2-1}+\frac{3x}{1-x}$$

2) $$\frac{x}{2x-4}-1=\frac{10x-8}{6-3x}+\frac{1+2x}{x-2}$$

3) $$2\left(1-\frac{3}{2x-6}\right)=\frac{2x+1}{3-x}$$

4) $$\frac{7x+2}{3x-2}-\frac{9}{4-6x}=\frac{10x-4}{9x-6}-\frac{1}{16}$$

5) $$\frac{x+2}{x-2}-1=\frac{3x^2+x+9}{3x^2-12}-\frac{x-2}{x+2}$$

6) V množině R řešte nerovnici: $\dfrac{2x+4}{x-6}\langle 1$

7) V množině R řešte nerovnici: $\dfrac{1}{x-1}\le 2$

8) Určete, pro která reálná čísla x má smysl výraz: $\sqrt{\dfrac{3x-1}{5+2x}}$.

9) Určete, pro která reálná čísla x nabývá zlomek $\dfrac{2x-3}{7-3x}$ kladných hodnot .

10) Určete, pro která reálná čísla x nabývá zlomek $\dfrac{5x+8}{3x-7}$ nezáporných hodnot.

5. SOUSTAVA LINEÁRNÍCH ROVNIC S VÍCE NEZNÁMÝMI

1) Řešte soustavu rovnic: $\frac{x+1}{3}-\frac{y+2}{4}=\frac{2(x-y)}{5}$, $\frac{x-3}{4}-\frac{y-3}{3}=2y-x$

2) Řešte soustavu rovnic: $\frac{2x-y+3}{3}-\frac{x-2y+3}{4}=4$, $\frac{3x-4y+3}{4}+\frac{4x-2y-9}{3}=4$

3) Řešte soustavu rovnic: $\frac{x+1}{y+3}=\frac{1}{2}$, $\frac{x+2}{2y+3}=\frac{1}{3}$

4) Řešte soustavu rovnic: $\frac{4}{x-3y}=\frac{7}{9x+2y}$, $\frac{3}{2x+y}=\frac{9}{x-y+1}$

5) Řešte soustavu rovnic: $x+2y+z=9$, $2x+3y-z=-12$, $5x+8y+2z=15$

6) Řešte soustavu rovnic: $x+2y+3z=5$, $2x-y-z=1$, $x+3y+4z=6$

7) Řešte soustavu rovnic: $\frac{2x-y}{3}=z-2$, $\frac{z+2y}{x+1}=3$, $\frac{x+y}{z}=5$

8) Řešte soustavu rovnic: $\frac{x+1}{y+1}=2$, $\frac{y+2}{z+1}=4$, $\frac{z+3}{x+1}=\frac{1}{2}$

9) Žáci jedné třídy si chtěli koupit společně fotbalové míče. Jestliže každý z nich přinese 12,50 Kč, bude jim chybět 100 Kč. Přinese-li každý 16 Kč, zůstane jim 12 Kč. Kolik je žáků ve třídě?

10) Obvod obdélníku je 82 mm, délka jeho úhlopříčky je 29 mm. Vypočtěte rozměry obdélníku.

6. LINEÁRNÍ ROVNICE A NEROVNICE S ABSOLUTNÍ HODNOTOU

1) $|x-2|+|x+2|=2x+2$

2) $|x-3|+3|x-1|=2x+1$

3) $|2x+1|+|2x-1|=3$

4) $|2x+1|-|2x|+1=2x$

5) $|x+1|+|x-1|=4$

6) $|x-4|\leq 10$

7) $|1-x|\rangle\ 3$

8) $|3x-2|-5\ \langle\ |x+1|$

9) $|x-3|+3|x-1|\ \langle\ 2x+1$

10) $|2x+1|-|3-x|\ \langle\ x$

7. KVADRATICKÉ ROVNICE A NEROVNICE V R

1) $5x^2 + 10x - 36 = -3(x + 2)^2 + 24x - 23$

2) $\dfrac{1}{x+4} - \dfrac{4}{x-4} - \dfrac{x^2-20}{16-x^2} = 0$

3) $\dfrac{2}{x^2-4} = \dfrac{1}{x^2-2x} - \dfrac{x-4}{x^2+2x}$

4) $\dfrac{(x+3)^2}{5} - \dfrac{x(2x-3)}{2} = \dfrac{(3x-1)^2}{5} - 1$

5) Najděte pět po sobě jdoucích přirozených čísel, aby součet čtverců prvních tří byl roven součtu čtverců posledních dvou.

6) Družstvo koupilo do svého sadu stromky za 1 440 Kč. Kdyby byla cena stromku o 2 Kč nižší, dostalo by družstvo za stejnou částku o 10 stromků více. Kolik stromků družstvo koupilo ?

7) $x^2 - 6x + 8 \geq 0$

8) $x^2 + 8x + 15 \leq 0$

9) $3x^2 - 5x - 2 \langle 0$

10) $2x^2 - 3x + 4 \rangle x^2 + 2x - 2$

11) $3(x+2) - (x-2)^2 \leq 7x - 2$

12) $1 - \dfrac{(x+1)^2}{6} \geq \dfrac{1}{2} - \dfrac{x+3{,}5}{3}$

8. VZTAHY MEZI KOŘENY A KOEFICIENTY KVADRATICKÉ ROVNICE

1) V rovnici $x^2 - 9x + q = 0$ je jeden kořen 51. Vypočtěte druhý kořen a absolutní člen q.

2) V rovnici $x^2 + px + 5 = 0$ je jeden kořen 2. Vypočtěte druhý kořen a koeficient lineárního členu p.

3) Je dána kvadratická rovnice $x^2 + 3x - 18 = 0$. Sestavte novou kvadratickou rovnici, která má za kořeny trojnásobky kořenů dané rovnice, aniž danou rovnici řešíte.

4) Sestavte rovnici, která má kořeny o 2 menší než jsou kořeny rovnice $x^2 - 2x - 1 = 0$, aniž danou rovnici řešíte.

5) Je dána kvadratická rovnice $x^2 - 11x + 5 = 0$. Aniž tuto rovnici řešíte, zapište všechny kvadratické rovnice, které mají za kořeny opačná čísla než jsou kořeny dané rovnice.

6) Zapište všechny kvadratické rovnice, které mají kořeny čtyřikrát větší než rovnice $x^2 - 9x + 15 = 0$. Řešte bez určení kořenů dané rovnice.

7) Napište všechny kvadratické rovnice, které mají kořeny o čtyři větší než jsou kořeny rovnice $x^2 - 9x + 15 = 0$, aniž danou rovnici řešíte.

8) V rovnici $2x^2 - 7x + c = 0$ určete c tak, aby jeden kořen rovnice byl roven číslu 3. Ověřte správnost výpočtem.

9) a) Určete kořeny kvadratické rovnice $x^2 - 2x - 3 = 0$, aniž ji řešíte.
b) Rozložte kvadratický trojčlen $x^2 + x - 30$ na součin kořenových činitelů.

10) a) Určete kořeny kvadratické rovnice $x^2 - 8x + 16 = 0$, aniž ji řešíte.
b) Rozložte kvadratický trojčlen $9x^2 + 12x + 4$ na součin kořenových činitelů.

9. LOGARITMICKÁ FUNKCE, LOGARITMUS, LOGARITMICKÁ ROVNICE

1) a) Využitím znalostí o průběhu logaritmické funkce rozhodněte, jsou-li pravdivá tvrzení:
$\log_3 6 > 0$, $\log_6 12 < \log_6 8$
b) Řešte logaritmickou rovnici: $\log(x + 3) - \log(x^2 - 1) = 1 - \log(x + 1) - \log 2$

2) a) Využitím znalostí o průběhu logaritmické funkce rozhodněte, jsou-li pravdivá tvrzení:
$\log_2 0{,}5 < 0$, $\log_{0,6} 8 \le \log_{0,6} 4$
b) Řešte logaritmickou rovnici: $\log_3(x + 6) + \log_3(x - 2) = 2$

3) a) Podle průběhu logaritmické funkce rozhodněte, která čísla jsou kladná: $\log_4 \frac{2}{3}$, $\log_{\frac{2}{3}} 4$
b) Řešte logaritmickou rovnici: $\log(x + 1) - \log(x - 1) - \log(2x + 7) + \log(2x - 1) = 0$

4) a) Podle průběhu logaritmické funkce rozhodněte, která čísla jsou kladná: $\log_{0,5} \frac{2}{3}$, $\log_{\frac{3}{5}} 2$
b) Řešte logaritmickou rovnici: $\frac{4 - \log x}{3 + 2\log x} = \frac{3}{5}$

5) a) Určete x: $\log_4 x = \frac{1}{2}$, $\log_x \frac{1}{27} = 3$, $\log_5 \sqrt{5} = x$
b) Řešte logaritmickou rovnici: $\log(2x + 9) - 2\log x + \log(x - 4) = 2 - \log 50$

6) a) Určete x: $\log_8 x = \frac{2}{3}$ $\log_x \frac{1}{27} = -3$, $\log_8 \frac{1}{4} = x$
b) Řešte logaritmickou rovnici: $\log_2(2x - 3) + \log_2(x + 6) = 3$

7) a) Určete x: $\log_{\sqrt{2}} x = 2$ $\log_x \sqrt[6]{5} = \frac{1}{3}$ $\log_2 \sqrt[4]{2} = x$
b) Řešte logaritmickou rovnici: $\log_3(4x - 1) - \log_3(x + 1) = 1$

8) a) Určete x: $\log_3 x = \frac{1}{3}$, $\log_x \sqrt{27} = -\frac{3}{2}$ $\log 0{,}01 = x$
b) Řešte logaritmickou rovnici: $\log(x + 4) - \log(x - 5) = 1$

9) Řešte logaritmickou rovnici: $\log(x + 6) - \frac{1}{2}\log(2x - 3) = 2 - \log 25$

10) Řešte logaritmickou rovnici: $\log x - 2 = 3(\log x)^{-1}$

10. EXPONENCIÁLNÍ FUNKCE, EXPONENCIÁLNÍ ROVNICE

1) a) Daná čísla porovnejte s číslem 1. Využijte znalostí o průběhu exponenciální funkce.

$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$, $\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{5}{6}}$

b) Řešte exponenciální rovnici: $4.\sqrt{2^{5-7x}} = \sqrt{2}.\sqrt[3]{4^{3-5x}}$

2) a) Daná čísla porovnejte s číslem 1. Využijte znalostí o průběhu exponenciální funkce.

$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{7}{3}}$, $0{,}8^{-\frac{2}{3}}$

b) Řešte exponenciální rovnici: $27^{5x-6}.81^{2x+3} = 3^{7x-2}.9^{4x-2}$

3) a) Daná čísla porovnejte s číslem 1. Využijte znalostí o průběhu exponenciální funkce.

$\left(\frac{3}{5}\right)^{-\frac{5}{8}}$, $1{,}5^{0{,}3}$

b) Řešte exponenciální rovnici: $\sqrt[x-\frac{1}{2}]{5} = \sqrt[x+\frac{1}{2}]{125}$

4) a) Užitím grafu exponenciální funkce doplňte znaménko nerovnosti: $2^{\frac{1}{3}} \quad 2^4$

b) Řešte exponenciální rovnici: $3^{2x} - 10.3^x + 9 = 0$

5) a) Užitím grafu exponenciální funkce doplňte znaménko nerovnosti: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$

b) Řešte exponenciální rovnici: $2^{2x+1} + 2^{2x} - 4^{x-1} = 11$

6) a) Pro která a je funkce $y = \left(\frac{2a-1}{3}\right)^x$ rostoucí ?

b) Řešte exponenciální rovnici: $4.3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x-1}$

7) a) Pro která a je funkce $y = \left(\frac{3a-2}{4}\right)^x$ klesající ?

b) Řešte exponenciální rovnici: $2^{2x+1} + 4^{x+1} + 16^{\frac{x}{2}} = 28$

8) Řešte exponenciální rovnici: $2.4^x - 3.2^{x+1} + 4 = 0$

9) Řešte exponenciální rovnici: $\sqrt{3^x}.\left(3^{x-1}\right)^{x+1} = \frac{1}{\sqrt[4]{9^{x-2}}}$

10) Řešte exponenciální rovnici: $\frac{1}{5^4}.\left(5^x\right)^{x+3} = \frac{\sqrt{125^x}}{25}.\left(\sqrt{5}\right)^x$

11. KOMPLEXNÍ ČÍSLA – algebraický a goniometrický tvar, Moivreova věta

1) Upravte: $\frac{2+i}{3-i}+(i-2)(4-i)$

2) Vypočtěte: $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2-\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2$

3) Vypočtěte: $\left|\frac{-2-3i}{3-2i}\right|$

4) Vypočtěte $|z|$: $z=(1-2i)(2+4i)-(3+i)^2$

5) Vyjádřete v goniometrickém tvaru komplexní číslo z: $z=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

6) Vyjádřete v goniometrickém tvaru komplexní číslo z: $z=\sqrt{3}+i$

7) Vyjádřete v goniometrickém tvaru komplexní číslo z: $z=\frac{2+i}{1-2i}$

8) Jsou dána komplexní čísla : a = 2(cos 60° + i.sin 60°), b = cos 30° + i.sin 30°.
Určete jejich součin a podíl, výsledek zapište v algebraickém tvaru.

9) Pomocí Moivreovy věty vypočtěte a^6, je-li a = 2 - 2i . Výsledek zapište v algebraickém tvaru.

10) Užitím Moivreovy věty vypočtěte a výsledek zapište v algebraickém tvaru:
$z=\left(-\sqrt{3}+i\right)^6$

12. KOMBINATORIKA – variace, permutace, kombinace bez opakování

1) Kolik přirozených čísel menších než 5 000 lze vytvořit z číslic 0,3,4,5, jestliže se žádná číslice neopakuje ?

2) Kolik přirozených čísel větších než 15 lze vytvořit z číslic 0,1,2,3,5, jestliže se žádná číslice neopakuje ?

3) Kolik je prvků, je-li počet variací 2.třídy bez opakování vytvořených z těchto prvků dvacetkrát menší než počet variací 4.třídy bez opakování vytvořených z těchto prvků ?

4) K sestavení vlajky, která má být složena ze tří různobarevných vodorovných pruhů, jsou k dispozici látky barvy bílé, červené, modré, zelené a žluté.
   a) Určete počet vlajek, které lze z těchto barev sestavit.
   b) Kolik z nich má modrý pruh ?
   c) Kolik z nich má modrý pruh uprostřed ?
   d) Kolik z nich nemá uprostřed červený pruh ?

5) Ze třídy, v níž je 19 chlapců a 16 dívek máme vybrat čtyřčlennou hlídku. Kolika způsoby to lze provést, jestliže to mají být:
   a) samí chlapci,
   b) jedno děvče a tři chlapci,
   c) dvě dívky a dva chlapci,
   d) alespoň jedna dívka ?

6) Ve skladu je 10 výrobků, mezi nimiž jsou tři vadné. Kolika způsoby z nich můžeme vybrat kolekci pěti výrobků, aby: a) všechny byly dobré,
   b) byl právě jeden vadný,
   c) byl nejvýš jeden vadný,
   d) byl aspoň jeden vadný ?

7) V rovině je dáno deset bodů, z nichž žádné tři neleží v jedné přímce.
   a) Kolik kružnic lze jimi určit ?
   b) Kolik kružnic je jimi určeno, leží-li právě šest bodů na jedné kružnici ?

8) Je dáno deset různých bodů. Zjistěte, kolik přímek tyto body určují, jestliže:
   a) žádné tři body neleží v téže přímce,
   b) čtyři body leží v jedné přímce a jiné tři body leží v druhé přímce.

9) Zjistěte počet přirozených pěticiferných čísel, která lze utvořit z číslic 2, 3, 5, 6, 8, jestliže se žádná z číslic neopakuje.
   a) Kolik z nich je dělitelných pěti ?
   b) Kolik z nich je dělitelných šesti ?

10) Určete kolika způsoby se může v šestimístné lavici posadit šest hochů, jestliže:
   a) dva chtějí sedět vedle sebe,
   b) dva chtějí sedět vedle sebe a třetí chce sedět na kraji.

13. PRAVDĚPODOBNOST – pravděpodobnost náhodného jevu, pravdě.průniku a sjednocení jevů

1) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybrané dvojciferné číslo bude:
   a) sudé,
   b) dělitelné pěti.

2) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padne součet 7 nebo 8 ?.

3) V bedně je 30 žárovek, z nichž jsou 3 vadné. S jakou pravděpodobností bude mezi pěti náhodně vybranými žárovkami nejvýše jedna vadná ?

4) Ke zkoušce se z deseti připravených příkladů vylosují tři. S jakou pravděpodobností budou mezi vylosovanými příklady příklad číslo 1 nebo příklad číslo 7 ?

5) Ve třídě je 12 chlapců a 14 dívek. S jakou pravděpodobností budou mezi třemi náhodně vybranými zástupci: a) samé dívky,
   b) 2 dívky a 1 chlapec ?

6) V urně je 8 bílých, 7 červených a 5 modrých koulí. S jakou pravděpodobností budou mezi třemi náhodně vybranými koulemi: a) všechny stejné barvy,
   b) každá jiné barvy ?

7) Ve třídě je 32 žáků, z nich 10 není připraveno. V hodině budou tři žáci zkoušeni . S jakou pravděpodobností budou mezi zkoušenými aspoň dva žáci připraveni ?

8) Letadlo s 12 cestujícími a 3 členy posádky havarovalo a zahynulo 6 osob. Vypočtěte, jaká je pravděpodobnost, že: a) zahynula celá posádka,
   b) nezahynul žádný člen posádky,
   c) zahynul právě jeden člen posádky.

9) Ve třídě je 15 chlapců a 21 dívek. Z těchto žáků nemá šest vypracované domácí cvičení. Vypočtěte pravděpodobnost, že to jsou: a) jen chlapci,
   b) z jedné poloviny dívky.

10) Ve třídě je 30 žáků, z nichž tři nejsou připraveni. V hodině bude zkoušeno 5 žáků. Vypočtěte pravděpodobnost, že mezi zkoušenými:
   a) bude právě jeden nepřipravený žák,
   b) budou nejvýše dva nepřipraveni žáci,
   c) budou všichni nepřipraveni žáci.

14. STATISTIKA – základní pojmy, charakteristiky polohy a variability

1) Výzkumný ústav zemědělský zkoumal dojivost krav při novém složení krmných dávek a získal údaje o roční dojivosti 20 krav v litrech: 3 800, 3 600, 3 900, 3 700, 3 400, 3 900, 4 200, 3 400, 3 500, 3 600, 2 900, 4 100, 3 900, 3 400, 3 800, 4 200, 3 100, 3 500, 4 500, 3 000.
a) Objasněte základní pojmy (stat.soubor, rozsah souboru, stat.jednotka, stat.znak).
b) Sestavte tabulku rozdělení četností, sestrojte polygon četností.
c) Vypočtěte průměrnou dojivost, rozptyl a směrodatnou odchylku.

2) Na deseti pokusných polích sledovali hektarový výnos pšenice s těmito výsledky (v metrických centech na hektar): 46,5; 46,2; 48,9; 50,1; 52,3; 49,3; 40,1; 45,0; 46,7; 42,8.
a) Objasněte základní pojmy (stat.soubor, rozsah souboru, stat.jednotka, stat.znak).
b) Sestavte tabulku rozdělení četností, sestrojte polygon četností.
c) Určete aritmetický průměr, modus, medián, rozptyl a směrodatnou odchylku.

3) Tabulka uvádí rozdělení denní dojivosti krav v litrech.

dojivost za 1 den	0 - 2	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10	10 - 12
počet krav	5	8	15	30	25	17

a) Objasněte základní pojmy (stat.soubor, rozsah souboru, stat.jednotka, stat.znak).
b) Sestavte histogram.
c) Určete průměrnou dojivost, rozptyl a směrodatnou odchylku.

4) Při zjišťování počtu nezletilých dětí ve dvaceti domácnostech byly získány tyto výsledky: 0, 0, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 1.
a) Objasněte základní pojmy (stat.soubor, rozsah souboru, stat.jednotka, stat.znak).
b) Sestavte tabulku rozdělení četností, sestrojte polygon četností.
c) Vypočtěte průměrný počet dětí v domácnosti, určete modus, medián, rozptyl, směrodatnou odchylku, variační rozpětí a variační koeficient.

5) Při zjišťování kapesného u žáků jedné třídy byly zjištěny tyto částky (v Kč): 200, 50, 100, 250, 150, 50, 150, 100, 200, 150, 200, 150, 100, 200, 250, 150, 200, 250, 100, 200.
a) Objasněte základní pojmy (stat.soubor, rozsah souboru, stat.jednotka, stat.znak).
b) Sestavte tabulku rozdělení četností, sestrojte polygon četností.
c) Vypočtěte aritmetický průměr, modus, medián, rozptyl, směrodatnou odchylku a variační koeficient.

6) V prodejně pánské obuvi zaznamenávali velikosti prodaných párů během dne s tímto výsledkem: 41, 41, 41, 42, 42, 41, 39, 41, 37, 41, 45, 41, 42, 38, 40, 39, 38, 41, 41, 38, 42, 39, 44, 43, 43, 44, 39, 39, 43, 43, 40, 42, 43, 41, 41, 43, 40, 40, 40, 42, 42, 42, 41, 40, 42.
a) Objasněte základní pojmy (stat.soubor, rozsah souboru, stat.jednotka, stat.znak).
b) Sestavte tabulku rozdělení četností, sestrojte polygon četností.
c) Vypočtěte aritmetický průměr, modus, medián, rozptyl a směrodatnou odchylku.

7) Při měření tělesné výšky 200 chlapců byly získány tyto výsledky: 158 – 162 cm 9 chlapců, 136 – 167 cm 20 chlapců, 168 – 172 cm 36 chlapců, 173 – 177 cm 82 chlapců, 178 – 182 cm 35 chlapců, 183 – 187 cm 14 chlapců, 188 – 192 cm 4 chlapci.
a) Objasněte základní pojmy (stat.soubor, rozsah souboru, stat.jednotka, stat.znak).
b) Sestavte tabulku rozdělení četností, sestrojte histogram.
c) Vypočtěte aritmetický průměr, modus, medián, rozptyl a směrodatnou odchylku.

8) V padesáti klasech žita byl nalezen následující počet obilek:

počet obilek	68	70	79	80	81	82	88	91	92	97
počet klasů	1	3	10	15	8	6	2	3	1	1

a) Objasněte základní pojmy (stat.soubor, rozsah souboru, stat.jednotka, stat.znak).
b) Vypočtěte aritmetický průměr, modus, medián, rozptyl a směrodatnou odchylku.

15. OBVODY A OBSAHY ROVINNÝCH OBRAZCU

1) Zvětší-li se každý rozměr obdélníku o 3 cm, zvětší se velikost jeho úhlopříčky o 4 cm a jeho obsah o 60 cm^2. Určete rozměry obdélníku.

2) Rovnostranný trojúhelník ABC má stranu dlouhou 8 cm. Kolem vrcholů jsou sestrojeny oblouky kružnic o poloměru 4 cm. Vypočtěte obvod a obsah zbylé části trojúhelníku.

3) Zahrada tvaru obdélníku má obvod 130 m a obsah 800,25 m^2. Vypočtěte rozměry zahrady.

4) Vypočtěte obvod a obsah rovnoběžníku, jehož strany jsou a = 25,3 cm, b = 13,8 cm, je-li úhel sevřený stranami $\alpha = 72°$.

5) Nad stranami čtverce o straně a= 8 cm jsou vepsány půlkružnice. Vypočtěte obsah a obvod vzniklého obrazce.

6) Velikosti základen rovnoramenného lichoběžníku jsou v poměru 5 : 3, jeho ramena mají velikost 50 cm a výška 48 cm. Vypočtěte obvod a obsah lichoběžníku.

7) Vypočtěte délky úhlopříček a stranu kosočtverce, je-li jeho obsah 640 cm^2 a poměr délek úhlopříček $u_1 : u_2 = 5 : 4$.

8) Oplocený pozemek má tvar lichoběžníku. Velikosti rovnoběžných stran jsou 106 m a 72 m, vzdálenost těchto dvou stran je 46 m a velikost úhlu mezi základnou a jedním ramenem je 57°. Vypočtěte:
a) obsah pozemku v hektarech,
b) kolik zaplatili za oplocení pozemku, stojí-li 1 m pletiva 28 Kč a počítáme-li s 5% na odpad.

9) Pole má tvar rovnoramenného lichoběžníku se základnami 220 m a 120 m. Výška je o 10 m menší než délka jeho ramena. Vypočtěte, kolik tun pšenice rolník sklidí, je-li průměrný hektarový výnos 4,8 t .

10) Určete obsah pravoúhlého lichoběžníku ABCD (a = 66 cm, c = 18 cm), jestliže jeho kosé rameno je o 36 cm delší než kolmé rameno na základny a, c.

16. OBJEMY A POVRCHY TĚLES

1) Délka výšky pravidelného čtyřbokého jehlanu je 4 cm a délka podstavné hrany je 6 cm. Vypočtěte jeho povrch a objem.

2) Podstavou kolmého hranolu je pravoúhlý trojúhelník, jehož odvěsny mají velikosti v poměru 3 : 4, výška hranolu je o 2 cm menší než delší odvěsna. Povrch hranolu je 468 cm^2. Vypočtěte objem hranolu.

3) Objem pravidelného čtyřbokého hranolu je 192 cm^3, velikosti jeho podstavné hrany a výšky jsou v poměru 1 : 3. Určete jeho povrch.

4) Pravidelný šestiboký hranol je vysoký 2 cm. Poloměr kružnice opsané podstavě je 8 cm. Určete jeho povrch a objem.

5) Je dán pravidelný trojboký jehlan, jehož podstavná hrana a = 5 cm a tělesová výška v = 8 cm. Vypočtěte povrch.

6) Osový řez rotačního kužele je rovnoramenný trojúhelník, který má rameno dlouhé 10 cm a úhel sevřený rameny je 90°. Vypočtěte povrch kužele.

7) Vypočtěte objem a povrch pravidelného šestibokého jehlanu, jehož podstavná hrana a = 6 cm a boční hrana h = 10 cm.

8) Kolik m^3 zeminy je třeba přemístit při výkopu přímého, 170 m dlouhého příkopu, jehož průřez má tvar rovnoramenného lichoběžníku se základnami a = 150 cm, c = 80 cm a rameny dlouhými 90 cm ?

9) Střecha věže má tvar pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu o délce podstavných hran a_1 = 7,2 m , a_2 = 3,6 m a tělesové výšce v = 4,8 m. Kolik m^2 plechu se spotřebuje na její pokrytí, počítáme-li na spoje a odpad 15 % ?

10) Vypočtěte objem a povrch rotačního komolého kužele, jehož poloměry podstav jsou 27 cm a 18 cm a strana s má velikost 21 cm.

17. FUNKCE A JEJICH VLASTNOSTI

U příkladů 1 – 4 :

a) Určete název funkce.
b) Určete f(-1), f(0), f(2).
c) Načrtněte graf této funkce.
d) Určete definiční obor a obor hodnot funkce.
e) Určete paritu funkce.
f) Charakterizujte funkce z hlediska monotónnosti.
g) Určete, je-li funkce omezená a má-li extrémy.
h) Určete, je-li funkce prostá.

1) Je dána funkce f: $y = x^2 - 4x + 5$.

2) Je dána funkce f: $y = x^3 + 1$.

3) Je dána funkce f: $y = x^2 + 1$.

4) Je dána funkce f: $y = x + 2$.

U příkladů 5 – 10 určete definiční obor funkce:

5) f: $y = \sqrt{6 - x - x^2}$

6) f: $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 6}$

7) f: $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

8) f: $y = \dfrac{\sqrt{x - 5}}{x - 3}$

9) f: $y = \sqrt{|x| - 1}$

10) f: $y = \sqrt{\dfrac{x - 5}{x - 1}}$

18. ARITMETICKÁ POSLOUPNOST A JEJÍ UŽITÍ

1) Délky stran pravoúhlého trojúhelníku tvoří aritmetickou posloupnost. Určete velikosti odvěsen, je-li přepona c = 30 cm.

2) Mezi čísla 4 a 37 vložte čísla tak, aby s danými čísly tvořila aritmetickou posloupnost o součtu 246. Určete počet vložených čísel a diferenci takto vytvořené arit. posloupnosti.

3) Velikosti vnitřních úhlů pravoúhlého trojúhelníku tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Určete velikosti těchto úhlů.

4) V prodejně jsou sestaveny konzervy do devíti řad nad sebou. Počty konzerv v řadách tvoří po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Ve třetí řadě jsou 4 konzervy, v šesté řadě je 7 konzerv. Určete celkový počet konzerv.

5) V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_1 + a_4 = 26$, $a_2 + a_5 = 30$. Určete součet prvních deseti členů této posloupnosti.

6) Užitím vzorce pro prvních n členů aritmetické posloupnosti určete součet všech přirozených čísel dělitelných třemi, která jsou větší než 100 a menší než 760.

7) Určete součet prvních deseti členů aritmetické posloupnosti, jsou-li dány členy $a_3 = -4$, $a_7 = 2{,}4$.

8) Částku 24 500 Kč si mají rozdělit společníci mezi sebou tak, aby první dostal 2 000 Kč a každý další vždy o 100 Kč více než předcházející.
   a) Kolik je společníků a jakou částku dostane poslední z nich ?
   b) Tři poslední se zřekli svých podílů a první společník pak dostal 2 300 Kč. Kolik dostal poslední ?

9) V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_3 = -3$, $a_7 = 21$. Určete její první člen, diferenci a součet prvních osmi členů.

10) Sečtěte všechna lichá čísla od (-7) do 81.

19. ŘEŠENÍ OBECNÉHO TROJÚHELNÍKU

1) Řešte trojúhelník, je-li dáno: $c = 18$ cm, $v_c = 16$ cm, $\beta = 16°20´$.

2) Řešte trojúhelník, je-li dáno: $a = 5$ cm, $v_a = 2{,}7$ cm, $\gamma = 52°$.

3) Řešte trojúhelník, je-li dáno: $b = 32$ cm, $c = 40$ cm, $\alpha = 100°21´$.

4) Řešte trojúhelník, je-li dáno: $v_a = 35$ mm, $\beta = 76°´$, $\gamma = 38°$.

5) V jakém zorném úhlu se jeví tyč 7 m dlouhá pozorovateli, který je od jednoho konce tyče vzdálen 5 m a od druhého 8 m ?

6) Na vrcholu kopce stojí rozhledna 30 m vysoká. Její patu a vrchol vidíme z určitého místa v údolí pod výškovými úhly o velikostech $\alpha = 28°30´$, $\beta = 30°40´$. Jak vysoko je vrchol kopce nad horizontální rovinou pozorovacího místa ?

7) Těsně na břehu řeky stojí budova. Z jejích dvou oken nad sebou položených ve výškovém rozdílu 12 m je vidět kámen na protějším břehu řeky v hloubkových úhlech o velikostech $\alpha = 10°21´$, $\beta = 4°59´$. Vypočtěte šířku řeky.

8) Vrchol věže stojící na rovině vidíme z určitého místa A ve výškovém úhlu $\alpha = 39°25´$. Přejdeme-li směrem k její patě o 50 m blíže na místo B, vidíme z něho vrchol ve výškovém úhlu $\beta = 58°42´$. Jak vysoká je věž ?

9) Pozorovatel vidí patu věže 69 m vysoké v hloubkovém úhlu $\alpha = 30°10´$a vrchol v hloubkovém úhlu $\beta = 20°50´$. Jak vysoko je pozorovatelovo stanoviště nad horizontální rovinou, na níž věž stojí ?

10) Letadlo letí ve výšce 2 200 m k pozorovatelně. V okamžiku prvního měření jej bylo vidět pod výškovým úhlem 23°, při druhém měření pod výškovým úhlem 58°. Vypočtěte vzdálenost, kterou letadlo uletělo mezi oběma měřeními.

20. KOMBINAČNÍ ČÍSLO A JEHO VLASTNOSTI, BINOMICKÁ VĚTA

1) V množině N řešte rovnici: $\binom{n-1}{n-3}+\binom{n-2}{n-4}=9$

2) V množině N řešte rovnici: $\binom{n-1}{n-3}-n=8$

3) V množině N řešte rovnici: $4\binom{n+1}{n-1}+\binom{3}{2}=\binom{n+1}{n}\binom{5}{2}-\binom{6}{4}$

4) V množině N řešte rovnici: $4\binom{n}{2}-4\binom{n}{n-3}+\binom{n}{3}=0$

5) V množině N řešte rovnici: $\binom{x-1}{x-2}+\binom{x-2}{x-4}=4$

6) Užitím binomické věty vypočtěte: $(2a^3-5)^4$

7) Užitím binomické věty vypočtěte: $(1-3i)^4$

8) Určete jedenáctý člen rozvoje výrazu $(x-y)^{15}$

9) Vypočtěte čtvrtý člen rozvoje výrazu $\left(x+\frac{2}{x}\right)^8$

10) Určete osmý člen rozvoje výrazu $\left(\frac{1}{2}-i\right)^{10}$

21. LINEÁRNÍ A KVADRATICKÁ FUNKCE

1) Je dána lineární funkce f: $y = -2x + 3$:
a) určete f(0), f(3), f(-5),
b) určete, pro která x je f(x) = 1, f(x) = -5,
c) určete průsečíky grafu funkce f s osami x, y,
d) načrtněte graf funkce f.

2) Najděte předpis pro lineární funkci f, jestliže $D(f) = \langle 2,6 \rangle$, a $H(f) = \langle -2,0 \rangle$ a funkce je
a) rostoucí v D(f), b) klesající v D(f).

3) Turista ujde pravidelným tempem 4,8 km za hodinu. Do $9.^{00}$ hod již ušel 11 km. Najděte funkci, která udává vzdálenost y km, kterou turista ušel mezi $9.^{00}$ hod a $13.^{00}$ hod v závislosti na čase. Určete, kolik km turista ušel do $11.^{30}$ hod.

4) Z nádrže o objemu 1 200 litrů vytéká voda rychlostí 3 litry za sekundu. Napište:
a) funkci, udávající množství vyteklé vody v závislosti na čase,
b) funkci, udávající, kolik vody ještě v nádrži zbývá v daném čase.
Sestrojte grafy obou nalezených funkcí v téže soustavě souřadnic.

5) Dělník má vyrobit určitý počet výrobků. Stroj, na kterém pracuje, mu umožňuje jeden ze dvou pracovních postupů:
A: začít pracovat hned s produktivitou 2 výrobky za hodinu.
B: provést nejprve úpravu stroje trvající 3 hodiny a potom pracovat s produktivitou 4 výrobky za hodinu.
Určete funkce, které vyjadřují závislost počtu výrobků na čase při obou pracovních postupech. Pro jaký celkový počet výrobků je vhodnější varianta B ?

6) Určete kvadratickou funkci, které patří body A[1,4], B[-2,1], C[-4,19].

7) Je dána kvadratická funkce f: $y = -x^2 + 2x - 10$.
a) Načrtněte její graf.
b) Určete definiční obor a obor hodnot.
c) Určete paritu funkce.
d) Určete monotónnost funkce.
e) Určete extrémy funkce.
f) Určete průsečíky grafu funkce s osami souřadnic.

8) Je dána kvadratická funkce f: $y = x^2 - 4x + 6$.
a) Načrtněte její graf.
b) Určete definiční obor a obor hodnot.
c) Určete paritu funkce.
d) Určete monotónnost funkce.
e) Určete extrémy funkce.
f) Určete průsečíky grafu funkce s osami souřadnic.

9) Při svislém vrhu tělesa směrem vzhůru se výška s (v metrech) nad určitým místem měnila s časem t (v sekundách) podle vztahu $s = 20 + 40t - 5t^2$. Určete, do jaké maximální výšky těleso vystoupilo a za jakou dobu.

10) V noci se měnila teplota t v závislosti na čase h podle vztahu $t = h^2 - 5h + 4$, kde h je čas v hodinách po půlnoci. Sestrojte graf funkce pro $h = \langle 0, 6 \rangle$ hodin.
Určete: a) kolik stupňů ukazoval teploměr v 5 hodin ráno,
b) kdy byla teplota pod a kdy nad nulou,
c) v kolik hodin byla teplota maximální, v kolik hodin byla minimální a kolik stupňů v té době teploměr ukazoval.

22. ANALYTICKÉ VYJÁDŘENÍ PŘÍMKY V ROVINĚ

1) Napište parametrický, obecný a směrnicový tvar rovnice přímky dané body A[-4;7], B[3;3].

2) Určete parametrické vyjádření a směrnicový tvar přímky dané obecnou rovnicí $x - 8y + 32 = 0$.

3) Napište rovnici přímky, která je rovnoběžná s přímkou p: $y = 3x - 1$ a prochází bodem T[-2;2].

4) Napište rovnici přímky, která je kolmá k přímce p: $y = -11x + 9$ a prochází bodem T[0;-6].

5) Určete rovnici přímky p, která prochází bodem A[-2;5] a je stejně vzdálena od bodů B[3;-7], C[-4;1].

6) Najděte rovnici přímky, na které leží těžnice t_c trojúhelníku ABC, A[-2;5], B[2;3], C[-1;4].

7) Najděte obecnou rovnici přímky, která prochází bodem A[-3;5] a průsečíkem přímek p: $x + 2y - 3 = 0$ a q: $2x - 3y + 8 = 0$.

8) Jsou dány body A[2;1], B[3;4], C[1;6].
a) Ověřte, zda dané body tvoří trojúhelník.
b) Napište rovnici přímky obsahující výšku v_a.

9) Napište rovnici přímky b jdoucí průsečíkem přímek p: $3x - y + 7 = 0$ a q: $x + y + 1 = 0$ rovnoběžně s přímkou a: $2x - y + 2 = 0$.

10) Určete koeficient b v rovnici přímky p: $3x + by - 1 = 0$ tak, aby
a) přímka procházela bodem A[2;2],
b) přímka byla rovnoběžná s osou y,
c) přímka měla směrový úhel $\alpha = 30°$.

23. GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST A JEJÍ UŽITÍ

1) Určete počet členů a kvocient geometrické posloupnosti, znáte-li $a_1 = 18$, $a_n = 13\,122$, $S_n = 19\,674$.

2) V geometrické posloupnosti je součet prvního a čtvrtého členu 18, součet druhého a třetího členu je 12. Vypočtěte součet prvních osmi členů této posloupnosti.

3) Přičteme-li k číslům 2, 7, 17 totéž číslo, dostaneme první tři členy geometrické posloupnosti. Určete toto číslo.

4) Kvádr, jehož rozměry jsou tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti, má povrch 78 m^2. Součet délek hran procházejících jedním jeho vrcholem je 13 m. Vypočtěte objem kvádru.

5) Určete první člen a kvocient geometrické posloupnosti, jestliže $a_1 - a_2 + a_3 = 15$ a současně $a_4 - a_5 + a_6 = 120$.

6) Délky hran kvádru tvoří geometrickou posloupnost. Objem kvádru je 216 cm^3. Součet délek hran vycházejících z jednoho vrcholu je 21 m. Určete délky hran kvádru.

7) Určete součet prvních šesti členů geometrické posloupnosti, je-li $a_1 + a_4 = -21$ a současně $a_2 + a_5 = 42$.

8) Mezi čísla $a_1 = 5$ a $a_n = 640$ vložte tolik čísel $a_2, a_3, \ldots, a_{n-2}, a_{n-1}$, aby vznikla geometrická posloupnost, v níž součet vložených čísel je 630. Určete tato čísla.

9) Mezi čísla 4 a 108 vložte dvě čísla tak, aby s danými čísly tvořila geometrickou posloupnost.

10) Mezi čísla 8 a 128 vložte tři čísla tak, aby s danými čísly tvořila geometrickou posloupnost.

24. VEKTORY, SKALÁRNÍ SOUČIN VEKTORU, ODCHYLKA VEKTORU

1) Rozhodněte, zda útvar ABCD je rovnoběžník. V kladném případě rozhodněte, zda jde o čtverec, obdélník nebo kosočtverec: A[4;1], B[6;7], C[0;5], D[-2;-1].

2) Rozhodněte, zda útvar ABCD je rovnoběžník. V kladném případě rozhodněte, zda jde o čtverec, obdélník nebo kosočtverec: A[2;0;-2], B[1;2;-1], C[-2;0;2], D[-1;-2;1].

3) Určete velikosti stran AB, BC a úhel β v trojúhelníku ABC: A[1;1], B[2;-1], C[3;2].

4) Určete odchylku úhlopříček ve čtyřúhelníku ABCD:
A[-2;2;0], B[3;1;-4], C[4;-2;2], D[0;-1;1].

5) Jsou dány body A[1;1], B[2;-1], C[3;2].
a) Dokažte, že body A,B,C jsou vrcholy trojúhelníku.
b) Vypočtěte velikosti stran b, c.
c) Vypočtěte velikost úhlu α.

6) Jsou dány vektory $\vec{a} = (3;5)$, $\vec{b} = (6;2)$. Najděte vektor $\vec{c}$ kolmý k vektoru $\vec{b}$, pro který platí $\vec{a}.\vec{c} = 4$.

7) Jsou dány body A[3;2], B[-1;1] a vektor $\vec{a} = (12;-5)$, kde $\vec{a} = C - B$.
a) Určete souřadnice bodu C.
b) Dokažte, že body ABC jsou vrcholy trojúhelníku.
c) Vypočtěte velikosti stran tohoto trojúhelníku.
d) Určete velikost největšího vnitřního úhlu tohoto trojúhelníku.

8) Určete vektor $\vec{v}$, který je kolmý k vektoru $\vec{u} = (5;12)$ a jehož velikost je 4.

9) Jsou dány body A[0;1], B[5;6]. Najděte bod M na ose x tak, aby úsečky AM a BM byly k sobě kolmé.

25. KUŽELOSEČKY, VZÁJEMNÁ POLOHA PŘÍMKY A KUŽELOSEČKY

1) Je dána kružnice k: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ a bod A[5; 1].
a) Určete střed a poloměr kružnice.
b) Dokažte, že bod A leží na kružnici.

2) Napište rovnici kružnice opsané trojúhelníku ABC: A[4; 3], B[-3; 2], C[1; -6].
Určete její střed a poloměr.

3) Určete hodnotu parametru c tak, aby přímka p: $x + 2y + c = 0$ byla tečnou kružnice k: $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 8 = 0$.

4) Je dána rovnice elipsy $16x^2 - 64x + 9y^2 - 80 = 0$. Určete:
a) souřadnice středu,
b) velikosti poloos,
c) souřadnice ohnisek,
d) souřadnice vrcholů.

5) Je dána rovnice elipsy $4x^2 + 25y^2 - 24x - 100y + 36 = 0$. Určete:
a) souřadnice středu,
b) velikosti poloos,
c) souřadnice ohnisek,
d) souřadnice vrcholů.

6) Napište rovnici tečny k elipse $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$, která je rovnoběžná s přímkou p: $2x - y + 17 = 0$.

7) Určete vzájemnou polohu přímky p: $10x - 9y - 75 = 0$ a elipsy $25x^2 + 36y^2 = 900$.

8) Určete souřadnice vrcholu, ohniska a rovnici řídící přímky paraboly o rovnici $y^2 - 4x + 6y + \ = 0$.

9) Určete souřadnice vrcholu, ohniska a rovnici řídící přímky paraboly o rovnici $x^2 + 8x + 5y + 26 = 0$.

10) Zjistěte vzájemnou polohu přímky p: $3x - 7y + 30 = 0$ a paraboly $y^2 = 9x$.

VÝSLEDKY

1. Algebraické výrazy a jejich úpravy

1) $\frac{1}{x+1}$; $x \neq -2, x \neq -1$, **2)** $\frac{x^2}{x-y}$; $x \neq 0, y \neq 0, x \neq \pm y$, **3)** $\frac{n+2}{n-2}$; $n \neq 0, n \neq \pm 2$,
4) $\frac{a+b}{a-b}$; $a \neq 0, b \neq 0, a \neq b$, **5)** $\frac{2(a-1)}{a}$; $a \neq \pm 1, a \neq 0$, **6)** $\frac{1}{a}$; $a \neq 0, a \neq \pm 1$,
7) $\frac{a}{a-b}$; $a \neq \pm b$, **8)** $\frac{12}{a+2}$; $a \neq 0, a \neq \pm b$, **9)** $2(x-1)^2$; $x \neq \pm 1$,
10) $(a+2)^2$; $a \neq 0, a \neq \pm 2$

2. Mocniny s racionálním mocnitelem

1) $\sqrt[6]{\frac{1}{b}}$, **2)** $\sqrt{a}$, **3)** $\sqrt[6]{x}$, **4)** $\sqrt[6]{a}$, **5)** $\sqrt{b}$, **6)** $x\sqrt[5]{x^2}$, **7)** $a\sqrt[5]{a^2}$, **8)** 1, **9)** $5\sqrt[6]{x^5}$,
10) $x\sqrt[3]{x^2}$

3. Lineární rovnice a nerovnice s jednou neznámou

1) $x \in R$, **2)** x = 2, **3)** x= 3, **4)** x = 7, **5)** $x = \frac{5}{3}$, **6)** $x \rangle -\frac{5}{11}$, $x \in \left(-\frac{5}{11};\infty\right)$,

7) $x \langle 3\frac{5}{28}$, $x \in \{1,2,3\}$, **8)** $x \rangle -8$, $x \in \{-7;-6;-5;....;\infty\}$, **9)** $x \langle 11$, $x \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$,

10) $x \rangle -1\frac{5}{23}$, $x \in \{-1\}$

4. Lineární rovnice a nerovnice s neznámou ve jmenovateli

1) x = 3, **2)** x = ϕ, **3)** x = 2, **4)** x = -2, **5)** x = 27, **6)** x $\in$ (-10; 6), **7)** $x \in (-\infty;1) \cup \left\langle -\frac{3}{2};\infty\right)$,

8) $x \in \left(-\infty -\frac{5}{2}\right) \cup \left\langle \frac{1}{3};\infty\right)$, **9)** $x \in \left(\frac{3}{2};\frac{7}{3}\right)$, **10)** $\left(-\infty;-\frac{8}{5}\right\rangle \cup \left(\frac{7}{3};\infty\right)$

5. Soustavy lineárních rovnic s více neznámými

1) [11; 6], **2)** [7; 5], **3)** [5; 9], **4)** [1; -1], **5)** [-1; 0; 10], **6)** [1; -1; 2], **7)** [6; 9; 3], **8)** [5; 2; 0],
9) 32 žáků, **10)** a = 21 m, b = 20 m

6. Lineární rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou

1) $P = \{1\}$, 2) $P = \left\{\frac{5}{6};\frac{7}{2}\right\}$, **3)** $P = \left\{-\frac{3}{4};\frac{3}{4}\right\}$, **4)** $P = \{1\}$, **5)** $P = \{-2;2\}$, **6)** $P = \langle -6;14 \rangle$,

7) $P = (-\infty;2) \cup (4;\infty)$, **8)** $P = (-1;4)$, **9)** $P = \left(\frac{5}{6};\frac{7}{2}\right)$, **10)** $P = (-2;1)$

7. **Kvadratické rovnice a nerovnice**

1) $x = \left\{-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right\}$, **2)** $x = \{-8; -5\}$, $x \neq \pm 4$, **3)** $x = \{3\}$, $x \neq 0, x \neq \pm 2$, **4)** $x = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$, **5)** 10, 11, 12, 13, 14, **6)** 80 stromků, **7)** $x \in (-\infty; 2\rangle \cup \langle 4; \infty)$, **8)** $x \in \langle -5; -3\rangle$, **9)** $x \in \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$, **10)** $x \in (-\infty; 2) \cup (3; \infty)$, **11)** $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$, **12)** $x \in \langle -3; 3\rangle$

8. **Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice**

1) $x_2 = -42$, $q = -2142$, **2)** $x_2 = 2{,}5$, $p = -4{,}5$, **3)** $x^2 + 9x - 162 = 0$, **4)** $x^2 + 2x - 1 = 0$, **5)** $a(x^2 + 11x + 5) = 0$, **6)** $a(x^2 - 36x + 240) = 0$, **7)** $a(x^2 - 17x + 67) = 0$, **8)** $c = 3$, **9)** a) $x_1 = -1$, $x_2 = 3$, b) $(x - 3)(x + 6)$, **10)** a) $x_1 = 4$, $x_2 = 4$, b) $9(x + \frac{2}{3})^2$

9. **Logaritmická funkce, logaritmus, logaritmická rovnice**

1) a) P, N, b) x = 2, **2)** a) P, P, b) x = 3, **3)** a) záporné, záporné, b) x = 1,5, **4)** a) kladné, záporné, b) x = 10, **5)** a) 2; $\frac{1}{3}; \frac{1}{2}$, b) x = 36, **6)** a) 4; 3; $-\frac{2}{3}$, b) x = 2, **7)** a) 2; $\sqrt[3]{5}; \frac{1}{4}$, b) x = 4 , **8)** a) $\sqrt[3]{3}; \frac{1}{3}; -2$, b) x = 6, **9)** $x_1 = 14$, $x_2 = 6$, 10) $x_1 = 10^{-1}$, $x_2 = 10^3$

10. **Exponenciální funkce, exponenciální rovnice**

1) a) menší, větší, b) x = 12, **2)** a) menší, větší, b) x = 0, **3)** a) větší, větší, b) x = 1, **4)** a) <, b) $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, **5)** a) <, b) x = 1, **6)** a) a > 2, b) x = 3, **7)** a) $a \in (\frac{2}{3}; 2)$, b) x = 1, 8) $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, **9)** $x_1 = -2$, $x_2 = 1$, **10)** $x_1 = -2$, $x_2 = 1$

11. **Komplexní čísla – algebraický a goniometrický tvar, Moivreova věta**

1) -6,5 + 6,5i, **2)** 0, **3)** 1, **4)** $2 \cdot \sqrt{10}$, **5)** $2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i.\sin\frac{\pi}{4}\right)$, **6)** $\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i.\sin\frac{7\pi}{4}\right)$, **7)** cos 90° + i.sin90°, 8) a . b = 2i, a : b = $\sqrt{3} + i$, **9)** 512i, **10)** -64

12. **Kombinatorika – variace, permutace, kombinace bez opakování**

1) 42, **2)** 252, **3)** 7, **4)** a) 60, b) 36, c) 12, d) 48, **5)** a) 3 876, b) 15 504, c) 20520, d) 48 484, **6)** a) 21, b) 105, c) 126, d) 231, **7)** a) 120, b) 101, **8)** a) 45, b) 38, **9)** 120, a) 24, b) 72, **10)** a) 240, b) 96

13. **Pravděpodobnost – pravděp. náhodného jevu, pravdě.průniku a sjednocení jevů**

1) a) 50 %, b) 20 %, **2)** 30,6 %, **3)** 93,6 %, **4)** 53,3 %, **5)** a) 14 %, b) 42 %, **6)** a) 8,9 %, b) 24,6 %, **7)** 77,6 %, **8)** a) 4,4 %, b) 18,5 %, c) 47,5 %, **9)** a) 0,26 %, b) 31 %, **10)** a) 36,9 %, b) 99,7 %, c) 0,25 %

14. **Statistika – základní pojmy, charakteristiky polohy a variability**

1) c) $\bar{x} = 3670$, $s^2 = 164\,100$, s = 405 litrů, **2)** c) $\bar{x} = 46{,}7$; $\hat{x} =$ nelze určit, $\tilde{x} = 46{,}45$; $s^2 = 11{,}764$; s = 3,43; **3)** c) $\bar{x} = 7{,}26$; $s^2 = 7{,}3$; s = 2,71; **4)** c) $\bar{x} = 1{,}2$; $\hat{x} = 1$; $\tilde{x} = 1$; $s^2 = 0{,}86$; s = 0,93; R = <0; 3>; v = 77,5 %; **5)** c) $\bar{x} = 160$, $\hat{x} = 200$; $\tilde{x} = 150$; $s^2 = 3\,650$; s = 60,42; v = 37,76 %; **6)** c) $\bar{x} = 41{,}04$, $\hat{x} = 41$; $\tilde{x} = 41$; $s^2 = 3{,}24$; s = 1,8**;** **7)** c) $\bar{x} = 174$, $\hat{x} = 175$; $\tilde{x} = 175$; $s^2 = 40{,}01$; s = 6,325; **8)** c) $\bar{x} = 80{,}92$ $\hat{x} = 80$; $\tilde{x} = 8$; $s^2 = 27{,}354$; s = 5,23

15. **Obvody a obsahy rovinných obrazců**

1) a = 12 cm, b = 5 cm, **2)** o = 12,56 cm, S = 2,56 cm^2, **3)** a = 48,5 m, b = 16,5 m, **4)** o = 78,2 cm, S = 332,05 cm^2, **5)** o = 50,24 cm, S = 36,48 cm^2, **6)** o =212 cm, S = 2 688 cm^2, **7)** u_1 = 40 cm, u_2 = 32 cm, a = 25,61 cm, **8)** a) S = 0,409 ha, b) 8 288 Kč, **9)** 9,79 t, **10)** S = 588 cm^2

16. **Objemy a povrchy těles**

1) S = 96 cm^2, V = 48 cm^3, **2)** V = 540 cm^3, **3)** S = 224 cm^2, **4)** S = 428,6 cm^2, V = 331,2 cm^3, **5)** S = 71,8 cm^2**,** **6)** S = 378,95 cm^2, **7)** V = 249,6 cm^3, S = 265,32 cm^2, **8)** V = 162,1 m^3, **9)** S = 142,33 m^2, **10)** V = 30 577,25 cm^3, S = 6 273,72 cm^2

17. **Funkce a jejich vlastnosti**

1) a) kvadratická, b) f(-1) = 10, f(0) = 5, f(2) = 1, d) D(f) = R, H(f) = $\langle 1; \infty)$, e) ani sudá ani lichá, f) klesající pro $x \in (-\infty; 2)$, rostoucí pro $x \in (2; \infty)$, g) zdola omezená; má ostré minimum v f(2)=1, h) není prostá, **2)** a) mocninná, b) f(-1) = 0, f(0) = 1, f(2) = 9, d) D(f) = R, H(f) = R, e) ani sudá ani lichá, f) rostoucí v R, g) neomezená; nemá extrémy, h) je prostá, **3)** a) kvadratická, b) f(-1) = 2, f(0) = 1, f(2) = 5, d) D(f) = R, H(f) = $\langle 1; \infty)$, e) sudá, f) klesající pro $x \in (-\infty; 0)$, rostoucí pro $x \in (0; \infty)$, g) zdola omezená; má ostré minimum v f(0)=1, h) není prostá, **4)** a) lineární, b) f(-1) = 1, f(0) = -2, f(2) = 4, d) D(f) = R, H(f) = R, e) ani sudá ani lichá, f) rostoucí pro $x \in R$, g) neomezená; nemá extrémy, h) je prostá, **5)** $x \in \langle -3; 2\rangle$, **6)** $x \in (-\infty; -2\rangle \cup \langle 2; \infty) - \{6\}$, **7)** $x \in (-\infty; 2\rangle \cup \langle 3; \infty)$, **8)** $x \in \langle 5; \infty)$, **9)** $x \in (-\infty; -1\rangle \cup \langle 1; \infty)$, **10)** $x \in (-\infty; 1) \cup \langle 5; \infty)$

18. **Aritmetická posloupnost a její užití**

1) a = 18 cm, b = 24 cm, **2)** 10 vložených čísel; d = 3, **3)** $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$, $\gamma = 90°$, **4)** $S_9 = 54$ **5)** $S_{10} = 190$, **6)** $S_{220} = 94\,710$, **7)** $S_{10} = 0$, **8)** a) 10 společníků, a_{10} = 2 900 Kč, b) a_7= 4 700 Kč, **9)** $a_1 = -15$, d = 6, $S_8 = 48$, **10)** $S_{45} = 1\,665$

19. **Řešení obecného trojúhelníku – sinova a kosinova věta**

1) a = 56,9 cm, b = 39,9 cm, α = 156°23´, γ = 7°17´, **2)** b = 3, 42 cm, c = 3, 94 cm, α = 84°51´, β = 43°09´, **3)** a = 55,5 cm, β = 34°32´, γ = 45°07´, **4)** a = 53,6 mm, b = 56,8 mm, c = 36,1 mm, α = 66°, **5)** α = 60°, **6)** 325,7 m, **7)** 125,7 m, **8)** 82,1 m, **9)** 199,8 m, **10)** 3 808,2 m

20. **Kombinační číslo a jeho vlastnosti. Binomická věta**

1) n = 5, **2)** n = 7, **3)** n = 2, **4)** n = 6, **5)** n = 4, **6)** $16a^{12} - 160a^9 + 600a^6 - 1000a^3 + 625$, **7)** 28 + 96i, **8)** 3 003 x^5y^{10}, **9)** 448 x^2 , **10)** 15i

21. **Lineární a kvadratická funkce a jejich užití**

1) a) f(0) = 3, f(3) = -3, f(-5) = 13, b) x = 1; x = 4, c) P_x[1,5; 0], P_y[0; 3], **2)** a) $y = \frac{1}{2}x - 3$, b) $y = -\frac{1}{2}x + 1$, **3)** 23 km, **4)** a) y = 3x, $x \in \langle 0; 400\rangle$, b) y = -3x + 1 200, $x \in \langle 0; 400\rangle$, **5)** f_1: y = 2x, f_2: y = 4x – 12, B je výhodnější, má-li se vyrobit více než 12 výrobků, **6)** $y = 2x^2 + 3x - 1$, **7)** a) V[1; -9], b) D(f) = R, H(f) = $(-\infty; 0)$, c) ani sudá ani lichá, d) rostoucí pro $x \in (-\infty; 1)$, klesající pro $x \in (1; \infty)$, e) ostré maximum f(1) = -9, f) P_x nemá, P_y[0; -10], **8)** a) V[2; 2], b) D(f) = R, H(f) = $\langle 2; \infty)$, c) ani sudá ani lichá, d) klesající pro $x \in (-\infty;2)$, rostoucí pro $x \in (2; \infty)$, e) ostré minimum f(2) = 2, f) P_x nemá, P_y[0; 6], **9)** s = 100 m, t = 4 s, **10)** a) 4°C, b) pod nulou: $h \in (1; 4)$, nad nulou: $h \in (0; 1) \cup (4; 6)$, c) maximální teplota v 6 hod – 10°C, minimální teplota ve 2 hod 30´ - $\left(-\frac{9}{4}\right)°C$

22. Analytické vyjádření přímky v rovině

1) x = -4 + 7t, y = 7 – 4t, 4x + 7y – 33 = 0, y = $-\frac{4}{7}x+\frac{33}{7}$, **2)** x = -16 + 8t, y = 2 + t, y = $\frac{1}{8}x+4$, **3)** 3x – y + 8 = 0, **4)** x – 11y – 66 = 0, **5)** p//BC → 8x + 7y – 19 = 0, $S_{BC}\in p$→ 16x + 3y + 17 = 0, **6)** y -4 = 0, **7)** 3x +2y – 1 = 0, **8)** a) ano, b) x – y – 1 = 0, **9)** 2x – y + 5 = 0, **10)** a) b = - 2,5, b) b = 0, c) b = $-3\sqrt{3}$

23. Geometrická posloupnost a její užití

1) n = 7, q = 3, **2)** S_8 = 510 nebo S_8 = 31,875, **3)** 3, **4)** V = 27 m^3, **5)** a_1 = 5 , q = 2, **6)** a = 3, b = 6, c = 12 nebo a = 12, b = 6, c = 3, **7)** S_6 = -63, **8)** 6 vložených čísel: 10, 20, 40, 80, 160, 320, **9)** a_2 =12, a_3 = 36, **10)** a_2 =16, a_3 = 32, a_4 = 64

24. Vektory – velikost vektoru, skalární součin vektorů, úhel vektorů

1) kosočtverec, **2)** kosodélník, **3)** $|AB|=\sqrt{5}, |BC|=\sqrt{10}, \beta=45°$, **4)** φ = 90°, **5)** a) ano, b) $b=\sqrt{5}, c=\sqrt{5}$, c) α = 90°, **6)** $\vec{c}=\left(-\frac{1}{3};1\right)$, **7)** a) C[11;-4], b) jsou, c) a = 13, b = 10, c = $\sqrt{17}$, d) α = 129°06´, **8)** $\vec{v}=\left(-\frac{48}{13};\frac{20}{13}\right)$ nebo $\vec{v}=\left(\frac{48}{13};-\frac{20}{13}\right)$, **9)** M[3; 0] nebo M[2; 0]

25. Kuželosečky, vzájemná poloha přímky a kuželosečky

1) a) S[2;-3], r = 5, b) A∈k, **2)** $x^2 + y^2$ – 2x + 2y – 23 = 0, S[1;-1], r = 5, **3)** c = 6 nebo c = -4, **4)** a) S[2; 0], b) a = 3, b = 4, c) F_1[2; $\sqrt{7}$], F_2[2; -$\sqrt{7}$], d) A[2; 4], B[2; -4], C[5; 0], D[-1; 0], **5)** a) S[3; 2], b) a = 5, b = 2, c) F_1[3+$\sqrt{21}$; 2], F_2[3-$\sqrt{21}$; 2], d) A[8; 2], B[-2; 2], C[3; 4], D[3; 0], **6)** t_1: 2x – y + 12 = 0, t_2: 2x – y – 12 = 0, **7)** tečna: T$\left[\frac{24}{5};-3\right]$, **8)** V[1; -3], F[-2; 3], d: x = 0, **9)** V[-4; -2], F[-4; -3,25], d: y = -0,75, **10)** sečna: A[25; 15], B[4; 6]